

## Chapitre 2 Réseaux et graphes : vocabulaire et exemples - Solutions

### 3. Notions élémentaires des réseaux orientés

- (a) Prédécesseurs du sommet 6 : 3, 4, 5, 8 et 9.
- (b) Successeurs du sommet 6 : 3 et 4.
- (c) Degré intrant : 2; degré extrant : 5.
- (d) 9.
- (e)  $19/72$ .
- (f)  $6 - 4 - 9 - 8 - 1$ .
- (g)  $6 - 4 - 6$ .

### 7. Ajout d'arcs dans un réseau orienté

- (a)  $2 - 4 - 5 - 6$ .
- (b) Voir la ligne 4 du tableau donnée dans la réponse à la question suivante.
- (c)

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	1	1	1	1
3	0	1	1	1	1	1	1
4	0	0	0	1	1	1	1
5	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	1	1	1	1
7	0	0	0	1	1	1	1

- (d)  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$  et  $\{4, 5, 6, 7\}$ .
- (e) Un seul : l'ajout de l'arc 41 suffit à rendre le graphe fortement connexe.
- (f) Ajouter l'arc 41.

**11. Degrés des sommets dans un réseau non orienté**

- (a) Ordre : 11 ; densité :  $12 / (11 \times 10 / 2) = 12 / 55$ .
- (b)  $(11 \times 10 / 2) - 12 = 43$ .
- (c) Le tableau ci-dessous donne les degrés des divers sommets.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$d_i$	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2

- (d) La somme des degrés des différents sommets est égale à  $2a$ , où  $a$  dénote le nombre d'arêtes du graphe. Ici,  $2 + 2 + 2 + \dots + 3 + 2 = 24 = 2 \times 12$ .

**13. Composantes connexes d'un réseau non orienté**

$\{1, 3, 4\}, \{2, 7, 9\}, \{5, 6, 8, 10, 11\}$

**16. Graphes orientés avec contraintes sur les degrés**

- (a) Oui. Voici un tel graphe :  $G = (N, A)$ , où  $A = \{12, 14, 15, 23, 25, 35, 45\}$ .
- (b) Non : la somme des degrés serait égale à  $3 + 3 + 3 + 2 + 2 = 13$  et serait impaire; or, dans tout graphe non orienté, la somme des degrés des différents sommets doit être paire, car elle est égale à  $2a$ , où  $a$  est le nombre d'arêtes du graphe.

**18. Chemins simples**

- (a) 3. (Noter que le nombre de chemins de 8 à 1, si on n'exige pas qu'ils soient simples, est infini : en effet, il suffit d'ajouter au chemin  $8 - 7 - 5 - 6 - 2 - 1$  un certain nombre de copies du circuit  $1 - 4 - 2 - 1$ .)
- (b) 16 : en effet, l'arc 45 est forcé; il y a 4 façons de choisir le sous-chemin de 1 à 4, et 4 façons de choisir le sous-chemin de 5 à 8...
- (c)  $1 - 4 - 2 - 1 - 3 - 4 - 5 - 6 - 8$