Chapitre 9 – Solutions des problèmes

1. Téléphonie mobile

(a) Le tableau ci-dessous donne les équivalents-certains dans le contexte du critère optimiste de coût minimin. La meilleure option est d'établir l'usine au Cameroun.

Option	Coûts (en M€)			(a) Coût minimin		(b) Coût minimax	
	DC	SC	AC	ÉC	Décision	ÉC	Décision
Nigeria	55	45	40	40		55	
Cameroun	45	40	34	34	**Cameroun**	45	**Cameroun**
Kenya	50	45	40	40		50	
Togo	75	50	35	35		75	
Sénégal	60	45	40	40		60	

Légende. DC (SC, AC) : détérioration (stabilité, amélioration) du climat politique.

(b) Le tableau ci-dessus donne les équivalents-certains dans le contexte du critère pessimiste de coût minimax. À nouveau, le Cameroun est la meilleure des cinq options envisagées.

(c) Le tableau ci-dessous donne les regrets, ainsi que les équivalents-certains dans le contexte du critère de regret minimax. Cette fois encore, le Cameroun est la meilleure option.

Option	Regrets (en M€)			Regret minimax	
	DC	SC	AC	ÉC	Décision
Nigeria	10	5	6	10	
Cameroun	0	0	0	0	**Cameroun**
Kenya	5	5	6	6	
Togo	30	10	1	30	
Sénégal	15	5	6	15	

2. Supermarché

(a) Le tableau ci-dessous donne les résultats conditionnels, qui sont exprimés en variation de la part de marché de Courville. Par exemple, si Courville demande 250 $ la tonne (option C250) et que Vitex exige 300 $ la tonne (événement V300), Courville verra sa part de marché passer de 75% à 100%, soit un gain de 25%.

Les deux dernières colonnes du tableau donnent les équivalents-certains dans le contexte du critère optimiste et serviront dans la question (b).

Option	Gain en part de marché			(b) Critère maximax	
	V250	V260	V300	ÉC	Décision
C250	-25%	+25%	+25%	+25%	C250
C275	-75%	-75%	+25%	+25%	C275
C300	-75%	-75%	-25%	-25%	

(b) Tel qu'indiqué dans le tableau ci-dessus, soumissionner à 250 $ ou 275 $ la tonne constituent pour Courville des options optimales dans le contexte du critère optimiste.

(c) Le tableau ci-dessous donne les équivalents-certains des différentes options.

Option	C250	C275	C300
ÉC	+ 10 %	– 35 %	– 55 %

Selon le critère de Bayes, la meilleure option pour Courville consiste à demander 250 $ la tonne.

3. Caisse électorale

(a) Le tableau ci-dessous donne les résultats conditionnels et les regrets pour les différentes combinaisons d'option et d'issue. On constate que l'option privilégiée par le critère de regret minimax est B : ainsi, l'organisateur devrait offrir le banquet-bénéfice.

Option	Résultats conditionnels (en k$)		Regrets (en k$)		Minimax	
	BT	MT	BT	MT	ÉC	Décision
B	50	50	20	0	20	B
C	70	25	0	25	25	

Légende. BT (MT) : beau (mauvais) temps. B : banquet. C : concert.

(b) Le tableau ci-dessous donne les résultats conditionnels et les regrets quand une 3^{e} option est offerte. Cette fois, c'est l'option C qui semble préférable.

Option	Résultats conditionnels (en k$)		Regrets (en k$)		Minimax	
	BT	MT	BT	MT	ÉC	Décision
B	50	50	50	0	50	
C	70	25	30	25	30	C
G	100	15	0	35	35	

(c) Le tableau ci-dessous donne les résultats conditionnels et les regrets dans un contexte où l'organisateur considère l'option de prendre une assurance avec une prime soit de 4 k$, soit de 10 k$. Il devrait alors souscrire une assurance et choisir de verser une prime de 10 k$.

Option	Résultats conditionnels(en k$)		Regrets (en k$)		Minimax	
	BT	MT	BT	MT	ÉC	Décision
B	50	50	50	0	50	
C	70	25	30	25	30	
G	100	15	0	35	35	
A(4)	96	23	4	27	27	
A(10)	90	35	10	15	15	**A(10)**

Note. On obtiendrait la même conclusion si l'on ajoutait à la liste des options la possibilité de souscrire une assurance avec des primes de 5, 6, 7, 8 ou 9 milliers de dollars.

4. La baladeuse de piscine de NATA

La figure de la page suivante donne un arbre de décision qui représente ce problème. Voici l'interprétation des sigles utilisés :

F5 : fabriquer 5 000 unités

F8 : fabriquer 8 000 unités

Pr6 : vendre la baladeuse 600 $ l'unité

Pr8 : vendre la baladeuse 800 $ l'unité

CV1 : coûts variables de 475 $/u (dans le contexte de F8)

CV2 : coûts variables de 500 $/u (dans le contexte de F8)

D1 : 1er niveau de la demande (5 ou 4 ku selon que le prix est de 600 $ ou de 800 $).

De même, D2, D3 et D4 représentent les trois autres niveaux de la demande.

Nous illustrons par quelques exemples comment calculer les résultats des feuilles.

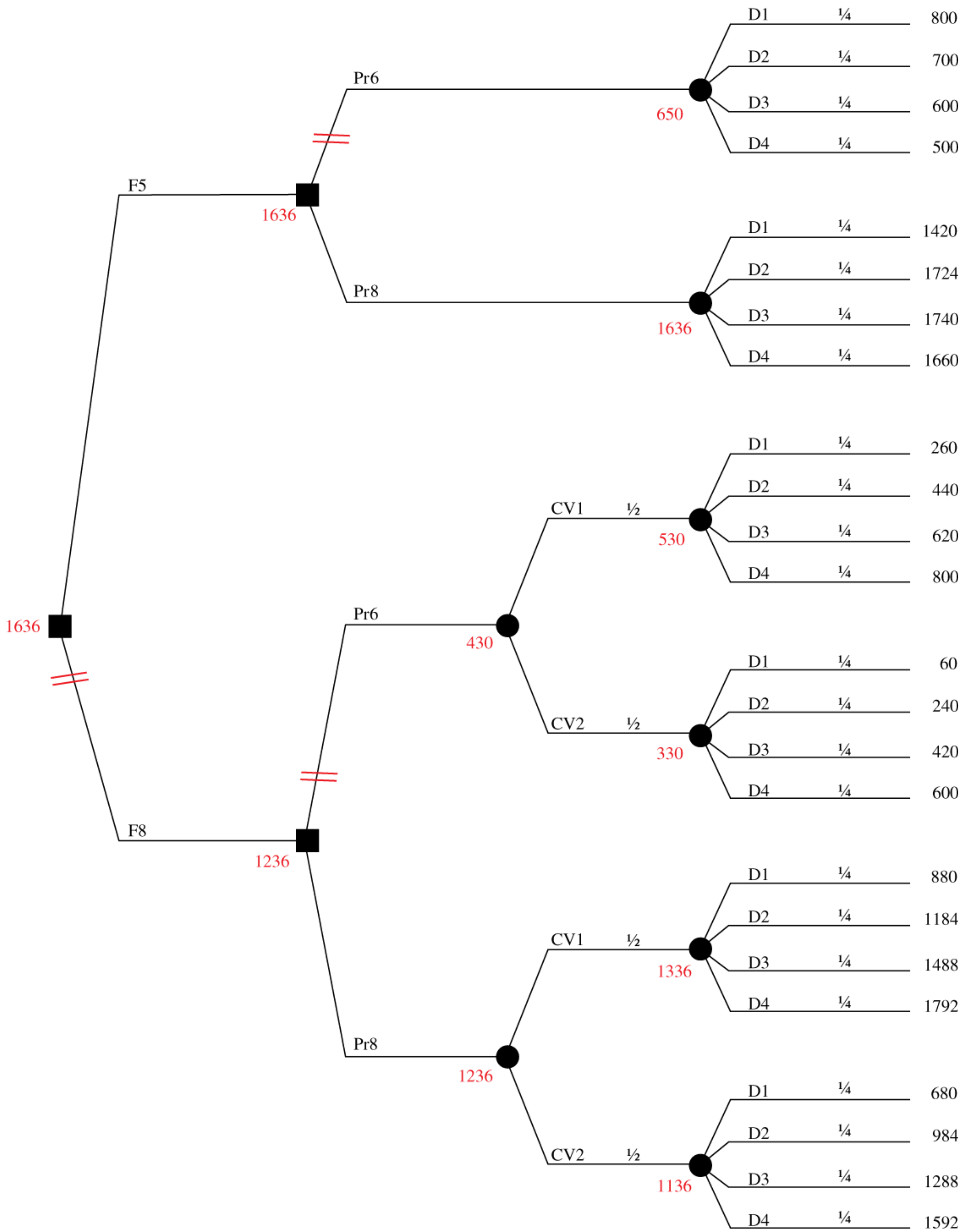
- Feuille F5 – Pr6 – D2 : dans ce contexte, NATA déboursera 200 k$ en frais de lancement de la rafale et 2000 k$ en frais variables (5000 baladeuses à 400 $ chacune); la demande s'élèvera à 6 ku, mais les ventes seront limitées aux 5 ku produites et rapporteront 5 × 600 = 3000 milliers de dollars; de plus, NATA devra assumer des coûts de pénalité de 100 k$; le profit net sera donc de 700 k$:

  $$– 200 – (5 × 400) + (5 × 600) – (1 × 100) = – 200 – 2000 + 3000 – 100 = 700.$$

- Feuille F5 – Pr8 – D2 : le coût de lancement de la rafale et les frais variables seront les mêmes; comme le prix exigé par NATA est plus élevé, le niveau D2 correspond cette fois à une demande de 4,8 ku et les ventes coïncideront avec la demande; enfin, NATA soldera les unités restantes à 420 chacune; par conséquent, le profit net sera alors de 1724 k$:

  $$– 200 – (5 × 400) + (4,8 × 800) + (0,2 × 420) = 1724.$$

MOG9-04 La baladeuse de piscine de NATA – Arbre de décision



- Feuille F8 – Pr6 – CV1 – D3 : les frais variables seront de 475 $/u, demande et ventes coïncideront à 7 ku, NATA soldant les unités restantes; l'entreprise réalisera un profit net de 620 k$:

$$– 200 – (8 \times 475) + (7 \times 600) + (1 \times 420) = 620.$$

- Feuille F8 – Pr8 – CV2 – D3 : le profit net se calcule ainsi :

$$– 200 – (8 \times 500) + (5{,}6 \times 800) + (2{,}4 \times 420) = 1288.$$

La meilleure stratégie pour NATA consiste à fabriquer 5 000 baladeuses et à les vendre à 800 $.

Note. Sur la branche F8 de l'arbre de la page précédente, le point de décision pour choisir entre Pr6 et Pr8 est placé à la gauche du nœud formé des événements CV1 et CV2. Dans notre modèle graphique, la décision sur le prix intervient donc avant que soient connus les frais variables. Cependant, l'énoncé n'indique pas explicitement qu'il doive en être ainsi. Cette imprécision de l'énoncé ne porte pas à conséquence, car on obtiendrait exactement le même résultat si on inversait le point de décision et le nœud d'événements.

5. Les trois régimes.

Le tableau suivant donne le coût total encouru par Julie en un an, selon le régime choisi (options A à C) et le niveau des frais annuels (événements F1 à F7). Noter que, contrairement à la plupart des tableaux du chapitre (voir, par exemple, le tableau 9.1), les options offertes au décideur sont présentées ici en colonnes et les sept événements possibles, en lignes. De plus, la 3^{e} colonne donne les probababilités associées aux divers événements. Nous illustrons comment ont été obtenues quatre de ces résultats conditionnels :

- Option A et événement F4 : $(12 \times 125) + 500 + 0{,}1 \times (3000 – 500) = 2250$.
- B et F1 : $(12 \times 25) + 1000 = 1300$.
- B et F4 : $(12 \times 25) + 2000 + 0{,}05 \times (3000 – 2000) = 2350$.
- C et F7 : $(12 \times 60) + (0{,}30 \times 10000) = 3720$.

Frais (en k$)	Code	Prob.	A	B	C
1	F1	0,15	2 050	1 300	1 020
2	F2	0,20	2 150	2 300	1 320
2,5	F3	0,25	2 200	2 325	1 470
3	F4	0,15	2 250	2 350	1 620
4	F5	0,10	2 350	2 400	1 920
5	F6	0,10	2 450	2 450	2 220
10	F7	0,05	2 950	2 700	3 720

L'équivalent-certain ÉC(A) du régime A est de 2 252,50 dollars :

$$\text{ÉC(A)} = (0{,}15 \times 2050) + (0{,}20 \times 2150) + \ldots + (0{,}05 \times 2950) = 2252{,}50.$$

De même,

$$\text{ÉC(B)} = 2208{,}75 \quad \text{et} \quad \text{ÉC(C)} = 1627{,}50.$$

Par conséquent, la meilleure stratégie pour Julie, si elle retient le critère de Bayes, est d'adhérer au régime C.

6. Manuel d'impôt.

(a) Le tableau ci-dessous donne le revenu net, selon la quantité imprimée (options F1 à F7) et la demande (événements D1 à D7). Noter que, comme dans le problème précédent, les options offertes à l'éditeur sont présentées ici en colonnes et les sept événements possibles, en lignes. De plus, la 3e colonne donne les probababilités associées aux divers événements. Nous illustrons comment ont été obtenues deux de ces résultats conditionnels :

- Option F1 et événement D4 : l'éditeur ne peut répondre à la demande et vend les 1 500 exemplaires imprimés; le revenu net R s'établit à 27 000 dollars :

$$R = (40 \times 1500) - (22 \times 1500) = 18 \times 1500 = 27\,000.$$

- F6 et D1 : cette fois, les ventes sont limitées par la demande; elles seront de 1 500 exemplaires et l'éditeur perdra 500 dollars :

$$R = (40 \times 1500) - (22 \times 2750) = -500.$$

De façon générale, le revenu net R est égal à

$$R = (40 \times V) - (22 \times X) = (40 \times \min\{D; X\}) - (22 \times X),$$

où V (resp. X, D) représente le nombre d'exemplaires vendus (resp. fabriqués, demandés).

			Quantité imprimée						
Demande	**Code**	**Prob.**	**F1**	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**
			1 500	**1 750**	**2 000**	**2 250**	**2 500**	**2 750**	**3 000**
1 500	D1	0,05	27 000	21 500	16 000	10 500	5 000	-500	-6 000
1 750	D2	0,15	27 000	31 500	26 000	20 500	15 000	9 500	4 000
2 000	D3	0,30	27 000	31 500	36 000	30 500	25 000	19 500	14 000
2 250	D4	0,20	27 000	31 500	36 000	40 500	35 000	29 500	24 000
2 500	D5	0,15	27 000	31 500	36 000	40 500	45 000	39 500	34 000
2 750	D6	0,10	27 000	31 500	36 000	40 500	45 000	49 500	44 000
3 000	D7	0,05	27 000	31 500	36 000	40 500	45 000	49 500	54 000

L'équivalent-certain d'une option s'obtient comme la moyenne pondérée des résultats conditionnels de la colonne correspondante : par exemple,

$$\text{ÉC(F5)} = (0{,}05 \times 5\,000) + (0{,}15 \times 15\,000) + \ldots + (0{,}05 \times 54\,0000) = 2252{,}50.$$

Le tableau suivant donne les équivalents-certains des différentes options qui s'offrent à l'éditeur. S'il retient le critère de Bayes, il devrait imprimer 2 000 exemplaires (option F3).

Option	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
ÉC	27 000	31 000	**33 500**	33 000	30 500	26 500	21 500

(b) S'il disposait d'une information parfaite, l'éditeur imprimerait exactement le nombre de copies qui seront demandées. Dans ce contexte, ventes, demande et quantité imprimée coïncideraient et le revenu net R se calculerait ainsi :

$$R \;=\; (40 \times V) - (22 \times X) \;=\; (40 \times X) - (22 \times X) \;=\; (40 - 22) \times X \;=\; 18 \times X.$$

En présence d'une telle information, le revenu net espéré de l'éditeur serait de 39 375 dollars :

$$(0{,}05 \times 27\,000) + (0{,}15 \times 31\,500) + \ldots + (0{,}05 \times 54\,0000) \;=\; 39\,375.$$

La valeur espérée VEIP d'une information parfaite est égale à l'écart entre cette somme et le gain espéré calculé à la question (a):

$$\text{VEIP} \;=\; 39\,375 - 33\,500 \;=\; 5\,875.$$

Ainsi, l'éditeur serait prêt à débourser un maximum de 5 875 dollars pour obtenir de l'information sur la demande.

7. Bamako-Mopti.

(a) Le tableau ci-dessous donne les résultats conditionnels, les regrets, ainsi que les équivalents-certains dans le contexte du critère de regret minimax. La meilleure option pour Maliter, selon ce critère, est de fixer l'heure de départ de son car à 11h.

Choix de Maliter		**Choix de Savaré: résultat**				**Choix de Savaré: regret**				**Minimax**	
Heure	**Code**	**8h30**	**9h30**	**10h30**	**11h30**	**S08**	**S09**	**S10**	**S11**	**ÉC**	**Décision**
8h	**M08**	2%	-2%	-1%	4%	2%	7%	8%	2%	8%	
9h	**M09**	-4%	0%	7%	3%	8%	5%	0%	3%	8%	
10h	**M10**	4%	5%	-3%	6%	0%	0%	10%	0%	10%	
11h	**M11**	-3%	-2%	5%	3%	7%	7%	2%	3%	7%	M11

(b) Dans le contexte du critère de Bayes, l'équivalent-certain de l'option M08 est –1% :

$$\text{ÉC(M08)} \;=\; (0{,}25 \times 2\%) + (0{,}55 \times \text{-}4\%) \;+ (0{,}20 \times 4\%) + 0 \;=\; -1\%.$$

De même,

$$\text{ÉC(M09)} = 0\% \;\text{ et }\; \text{ÉC(M10)} = 3\% \;\text{ et }\; \text{ÉC(M11)} = -1\%.$$

La meilleure option pour Maliter, selon ce critère, est de fixer l'heure de départ de son car à 10h.

8. Politique de crédit.

(a) Six options s'offrent à Reading, que nous noterons P0, P1, …, P5. De façon générique, Pi signifie que l'entreprise accepte les clients des sous-classes Cj, où $j \leq i$, et refuse les autres clients de la classe C. En particulier,

P0 : Reading n'accepte aucun client de classe C

P2 : Reading accepte les clients des sous-classes C1 et C2, mais refuse ceux des sous-classes C3, C4 et C5

P5 : Reading accepte tous les clients de classe C.

On peut ignorer le coût du rapport sommaire dans notre analyse, car Reading commandera ce rapport pour tous les clients désirant se prévaloir de la possibilité de payer en 18 versements, quelle que soit la politique retenue. De même, on n'a pas à tenir compte ici des clients des classes A et B puisque Reading les accepte tous, sans autre analyse.

La figure de la page suivante donne les branches P0, P2 et P5 de l'arbre de décision de ce problème. Les trois autres, P1, P3 et P4, sont semblables à P2. Voici l'interprétation des sigles utilisés :

Cj : le client appartient à la sous-classe Cj

RC : Reading refuse le client

GC : le client se procure un gril en le payant comptant

NG : le client n'achète pas de gril

VF : le client effectue fidèlement tous les versements dus

NF : le client n'effectue pas tous les versements dus.

Reading, si elle accepte tous les clients de classe C, ou aucun, n'a pas besoin du rapport plus poussé. Les résultats des feuilles appartenant aux branches P0 et P5 se calculent donc ainsi :

Feuille P0 – GC : 8500 – 6000 – 400 = 2100

Feuille P5 – Cj – VF : (18 × 495) – 6000 – 400 = 2510

Feuille P5 – Cj – NF : 0,40 × (18 × 495) – 6000 – 400 = – 2836.

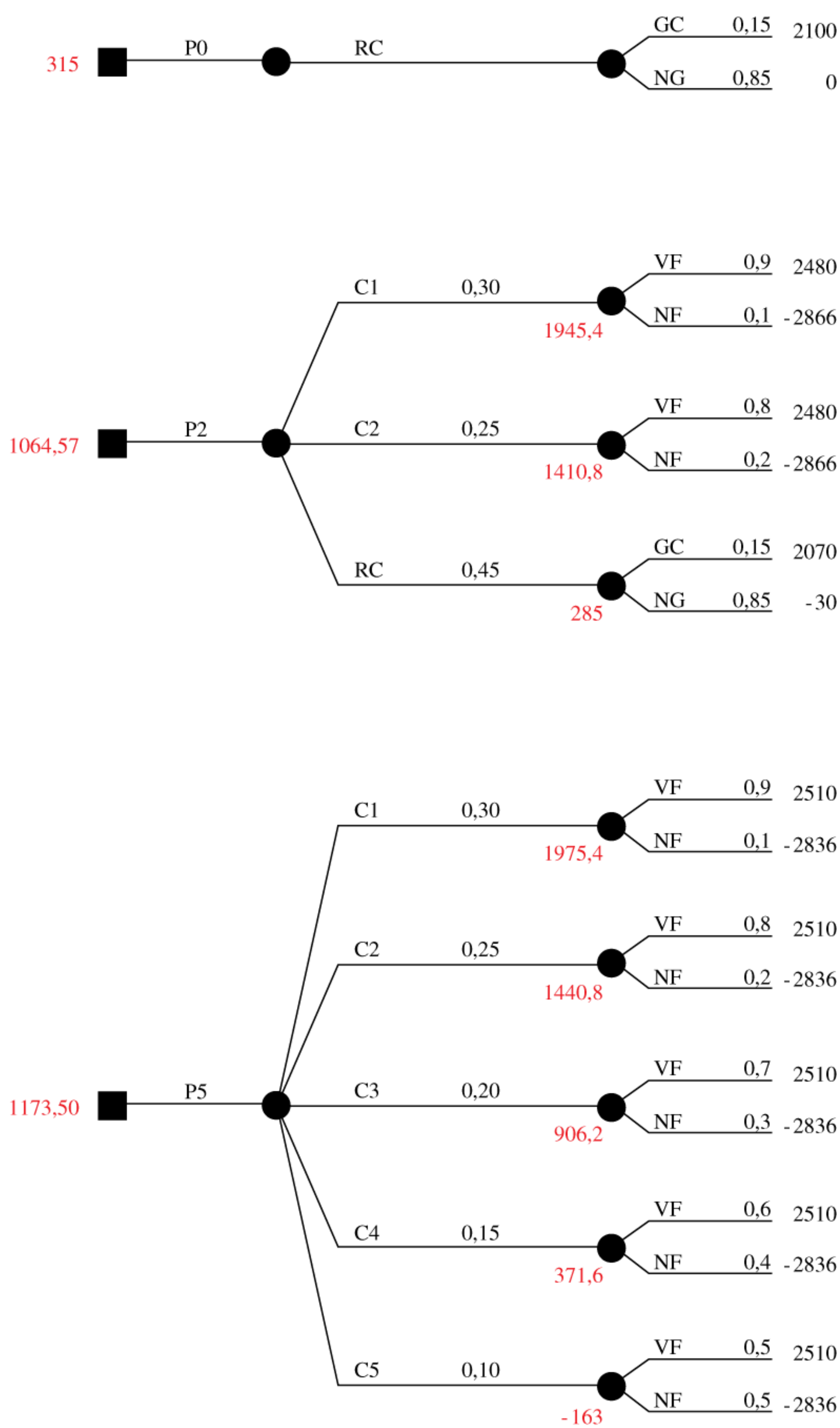
Si Reading accepte certains clients de classe C et en refuse d'autres, elle devra commander et payer un rapport poussé pour tous les clients de classe C. Les résultats associés aux branches P1 à P4 s'obtiennent des résultats correspondants des branches P0 et P5 en soustrayant le coût de 30$ de ce rapport :

Feuille Pi – RC – GC : 2100 – 30 = 2070

Feuille Pi – Cj – VF : 2510 – 30 = 2480

Feuille Pi – Cj – NF : – 2836 – 30 = – 2866.

MOG9-08 Politique de crédit – Branches P0, P2 et P5



Le tableau suivant donne les équivalents-certains des branches P*i* obtenus en résolvant l'arbre par le critère de Bayes. On constate quel'option P4 correspond à la valeur la plus élevée : ainsi, Reading devrait accepter tous les clients de la classe C, sauf ceux de la sous-classe C5.

Branche	P0	P1	P2	P3	P4	P5
ÉC	315	783,12	1 064,57	1 182,81	**1 191,30**	1 173,50

Notes. La feuille Calculs du fichier MOG9-08.xlsx indique comment se calculent les résultats conditionnels des différentes feuilles, ainsi que les équivalents-certains des nœuds d'événements et des points de décision. La feuille Arbre du même fichier donne une version informatisée de l'arbre de décision produite par la macro pour la construction des arbres que l'on retrouve sur le disque de matériel complémentaire. (La branche P0 a été omise parce que la macro limite à 5 le nombre de branches émanant d'un nœud.)

En principe, chacune des six branches P*i* devrait débuter par un nœud formé des cinq événements C*j*, suivi d'un nœud à deux événements, VF et NF ou GC et NG selon que Reading accepte le client ($j \leq i$) ou le refuse ($j > i$). Mais, afin d'alléger l'arbre, nous avons regroupé les branches C*j* où $j > i$ en une seule branche nommée RC, «Reading refuse le client». Par exemple, si l'entreprise retient l'option P2, les clients des sous-classes C3, C4 et C5 seront refusés; ces trois cas se traduisent par un nœud identique à celui qui se trouve à la droite de la branche P2 – RC dans la figure de la page précédente; nous les avons résumés par une seule branche sur laquelle nous avons reporté la probabilité 0,20 + 0,15 + 0,10 = 0,45.

(b) Le tableau ci-dessous donne les équivalents-certains des options P0 à P5 lorsque p varie de 40 % à 30 % par pas de 1 %. On constate que la meilleure politique est P4 quand $p \geq 39$ %, et P3 quand $p \leq 38$ %.

p	P0	P1	P2	P3	P4	P5	Max	Décision
40%	315	783	1 065	1 183	1 191	1 174	1 191	P4
39%	315	780	1 057	1 170	1 173	1 151	1 173	P4
38%	315	778	1 050	1 158	1 156	1 129	1 158	P3
37%	315	775	1 043	1 145	1 138	1 107	1 145	P3
36%	315	772	1 036	1 133	1 120	1 084	1 133	P3
35%	315	770	1 029	1 120	1 102	1 062	1 120	P3
34%	315	767	1 022	1 108	1 084	1 040	1 108	P3
33%	315	764	1 015	1 095	1 067	1 018	1 095	P3
32%	315	762	1 008	1 083	1 049	995	1 083	P3
31%	315	759	1 000	1 071	1 031	973	1 071	P3
30%	315	756	993	1 058	1 013	951	1 058	P3

9. Lancer une ou deux rafales ?

La figure ci-dessous donne l'arbre de décision du problème du fabricant. Les sigles des branches s'interprètent de la façon suivante :

F1 : la 1re rafale lancée par le fabricant est de 100 ku

F2 : la 1re rafale lancée par le fabricant est de 200 ku

Ex : le distributeur exerce son droit d'achat du deuxième lot

NE : le distributeur n'exerce pas son droit d'achat du deuxième lot.

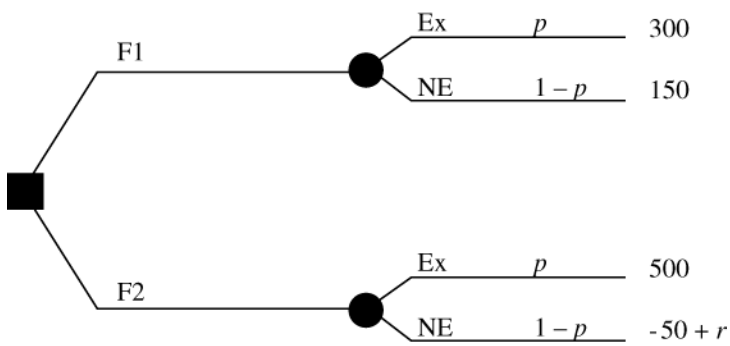
Les résultats des différentes feuilles, qui sont exprimés en k$, se calculent comme suit (le paramètre r représente la valeur de rebut du deuxième lot) :

Feuille F1 – NE : $550 - (200 + 2 \times 100) = 150$

Feuille F1 – Ex : $2 \times 150 = 300$

Feuille F2 – Ex : $(2 \times 550) - (200 + 2 \times 200) = 500$

Feuille F2 – NE : $550 - (600 + r) = -50 + r$.



(a) La valeur de rebut r est nulle. Les équivalents-certains des deux options sont :

$$ÉC(F1) = 300\,p + 150\,(1 - p) = 150 + 150\,p$$

$$ÉC(F2) = 500\,p + (-50)\,(1 - p) = -50 + 550\,p.$$

Le fabricant sera indifférent entre les deux options quand ÉC(F1) = ÉC(F2), c'est-à-dire quand $p = ½$. Et il préférera lancer une seule rafale de 200 ku s'il juge que p est à supérieur à ½.

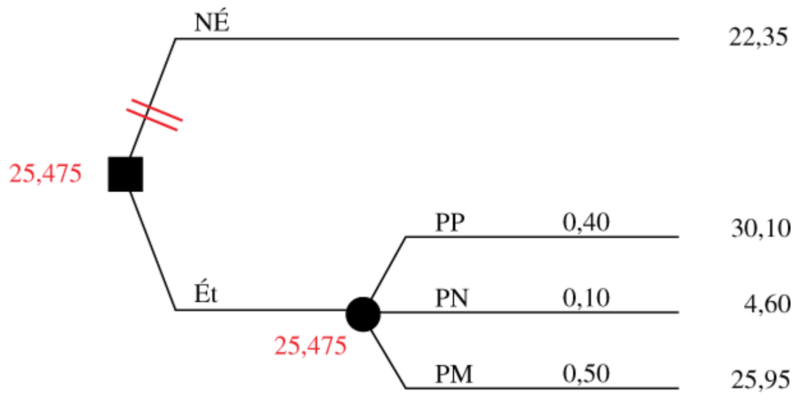
(b) La valeur de rebut r des 100 000 calculatrices en trop est égale à 150 k$. L'équivalent-certain de F2 est cette fois :

$$ÉC(F2) = 500\,p + 100\,(1 - p) = 100 + 400\,p.$$

Le fabricant sera indifférent entre les deux options quand $p = 1/5$. Et il préférera lancer une seule rafale de 200 ku s'il juge que p est à supérieur à 1/5.

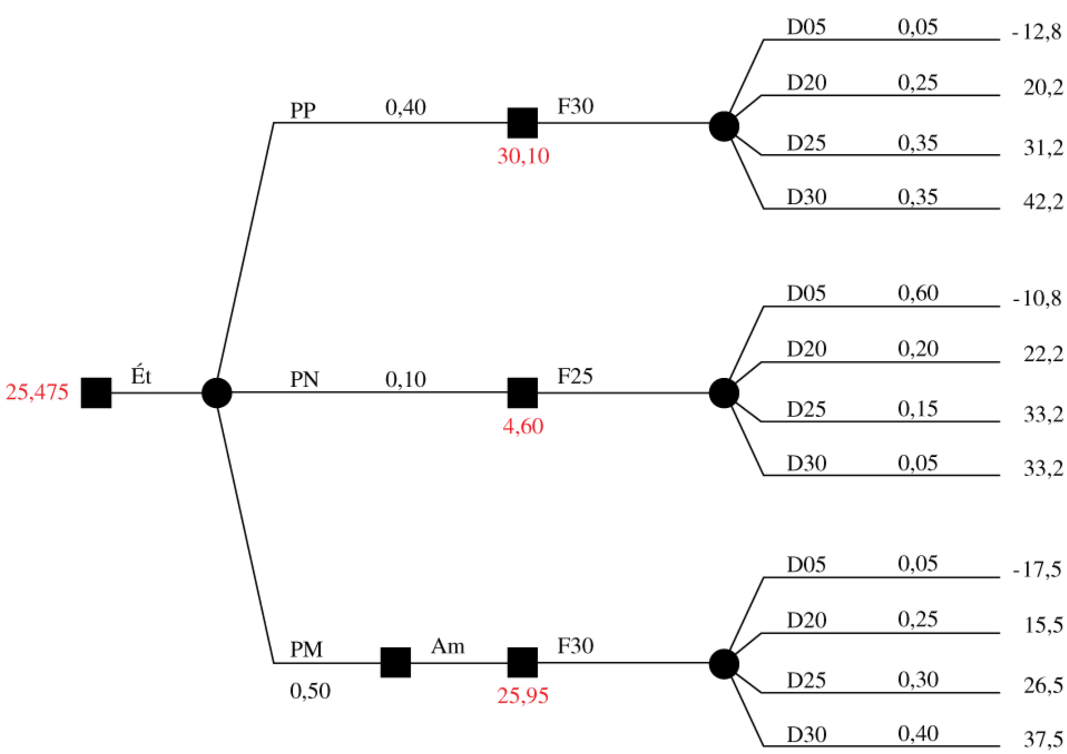
10. Un nouveau jeu de société.

(a) La figure au haut de la page suivante donne une version résumée de l'arbre de décision traduisant l'analyse effectuée par Andrée Tremblay. Le détail de la branche Ét – PM se trouve à la page 13. Les résultats des branches Ét – PP et Ét – PN sont identiques à ceux de Ét – PM – NA, tandis que ceux de NÉ s'obtiennent des résultats correspondants de Ét – PM – NA en leur ajoutant le coût 1,8 k$ de l'étude (en réalité, c'est le calcul inverse qui a été effectué : le profit net que réalisera la société dans l'une des situations où un prototype est présenté à un groupe d'amateurs se calcule en retranchant le coût 1,8 k$ de l'étude du résultat correspondant de la branche NÉ).

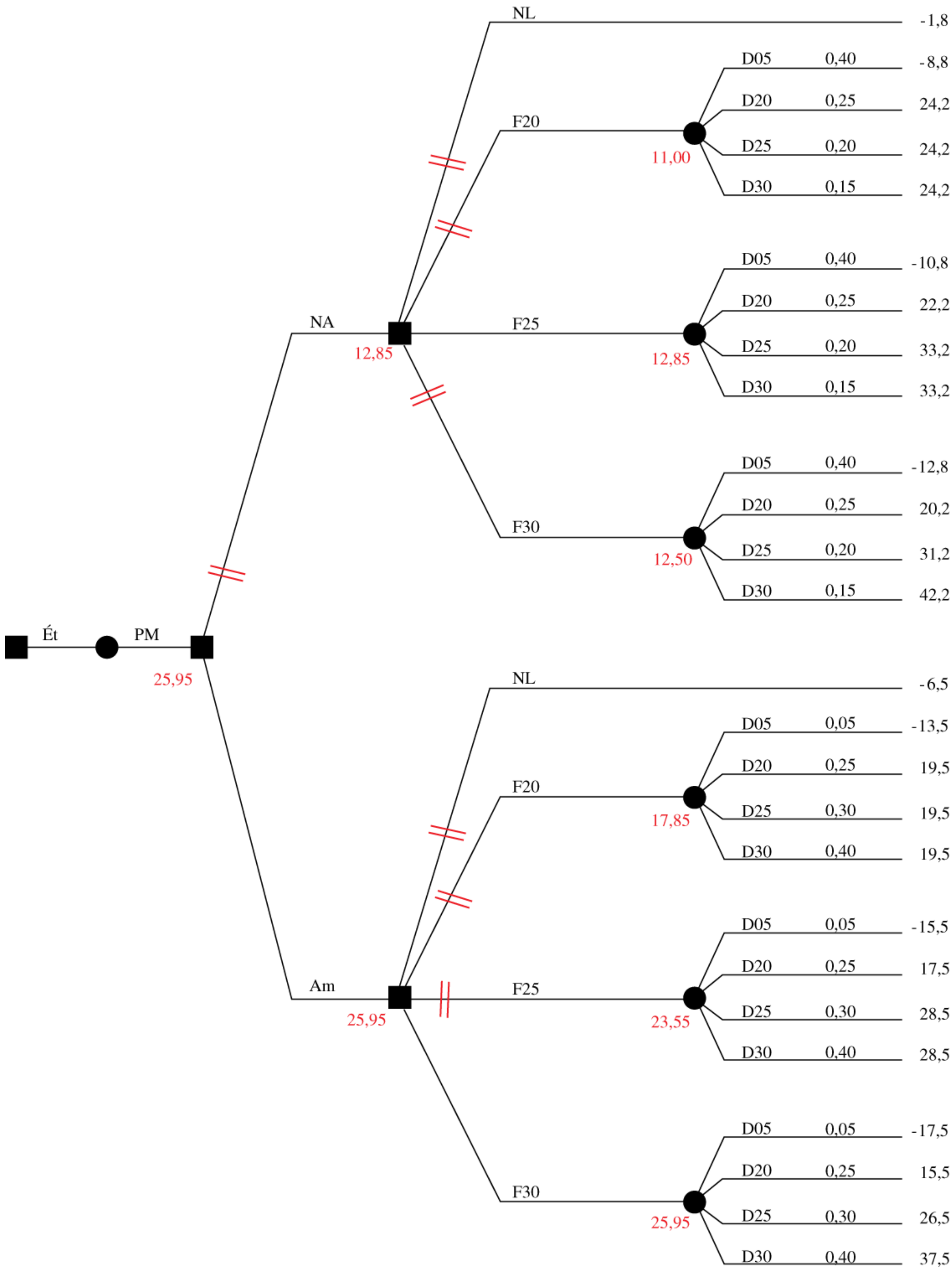


Notes. La feuille Calculs du fichier MOG9-10.xlsx indique comment se calculent les résultats conditionnels des différentes feuilles, ainsi que les équivalents-certains des nœuds d'événements et des points de décision. La feuille Arbre du même fichier donne une version informatisée de l'arbre de décision produite par la macro pour les arbres que l'on retrouve sur le disque de matériel complémentaire.

(b) La stratégie optimale, qui est décrite graphiquement ci-dessous, consiste à faire l'étude, puis à fabriquer 3000 unités si la réaction du groupe est positive, et 2500 si elle est négative; en cas de réponse mitigée, il vaudrait mieux travailler à améliorer le jeu, puis en fabriquer 3000 unités.



MOG9-10 Un nouveau jeu de société – Branche Ét – PM



(c) La valeur espérée VEÉt de l'information fournie par le groupe d'amateurs est par définition l'écart entre le profit espéré avec et celui sans cette information :

$$\text{VEÉt} = (25{,}475 + 1{,}800) - 22{,}350 = 4{,}925.$$

Par conséquent, il est rentable pour l'entreprise de présenter un prototype du jeu à un groupe d'amateurs, en autant que l'exercice ne coûte pas plus de 4 925 $.

(d) La stratégie optimale reste la même, quel que soit le coût CtAm pour améliorer le jeu, en autant que la valeur de CtAm soit comprise entre 4 000 et 6 000 dollars.

Note. La feuille (d) du fichier MOG9-10.xlsx contient un tableau des décisions optimales aux différents points de l'arbre en fonction du coût CtAm. Dans ce tableau, nous avons fait varier le paramètre CtAm de 4 000 à 6 000, par pas de 100.

(e) Le tableau suivant indique, en fonction des probablités des événements PP et PN, laquelle des options Ét ou NÉ est la plus intéressante. On constate qu'il est toujours préférable d'effectuer l'étude, à moins que la probabilité d'une réaction négative du groupe soit de 25% et que celle d'une réaction positive soit inférieure à 45%.

P(PP)	**P(PN)**				
	5%	**10%**	**15%**	**20%**	**25%**
20%	Ét	Ét	Ét	Ét	NÉ
25%	Ét	Ét	Ét	Ét	NÉ
30%	Ét	Ét	Ét	Ét	NÉ
35%	Ét	Ét	Ét	Ét	NÉ
40%	Ét	Ét	Ét	Ét	NÉ
45%	Ét	Ét	Ét	Ét	Ét
50%	Ét	Ét	Ét	Ét	Ét

De plus, l'entreprise devrait fabriquer 3 000 unités dans tous les cas où l'option Ét est préférée, et en fabriquer 2 5000 quand c'est NÉ qui est préférée.

11. L'impresario.

(a) L'impresario a le choix entre deux options, organiser ou non la tournée. Le gain espéré de la seconde est évidemment nul, tandis que celui de la 1re est de 690 k$:

$$0{,}5 \times (2400 - 850) + 0{,}3 \times (1000 - 850) - 0{,}2 \times (200 - 850) = 690.$$

Par conséquent, la meilleure option, selon le critère de Bayes, est d'organiser la tournée.

(b) La figure de la page suivante donne un arbre qui traduit l'option de consulter les critiques étrangers dans le contexte où aucun coût n'est imputé pour obtenir leur opinion. Voici l'interprétation des sigles utilisés :

C : consulter les critiques

PS, PF : les critiques prédisent un succès ou un four

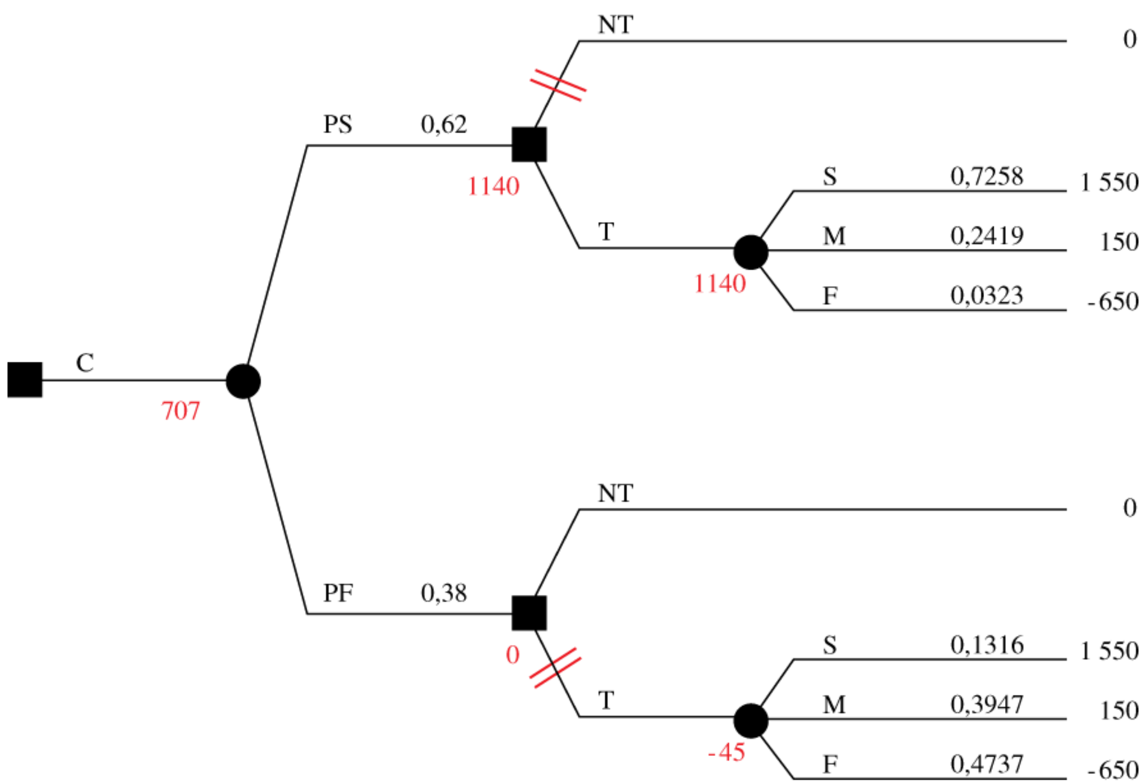
T, NT : organiser ou non la tournée

S, M, F : la tournée est un franc succès, connaît un succès mitigé, s'avère un four.

Les probabilités des événements PS et PF, ainsi que les probabilités *a posteriori* se calculent en appliquant la formule de Bayes. Par exemple,

$$\begin{aligned} P(PS) &= P(S)\,P(PS \mid S) + P(M)\,P(PS \mid M) + P(F)\,P(PS \mid F) \\ &= (0{,}5 \times 0{,}9) + (0{,}3 \times 0{,}5) + (0{,}2 \times 0{,}1) \\ &= 0{,}62 \end{aligned}$$

$$P(S \mid PS) = P(S)\,P(PS \mid S) / P(S) = (0{,}5 \times 0{,}9) / 0{,}62 = 0{,}7258.$$

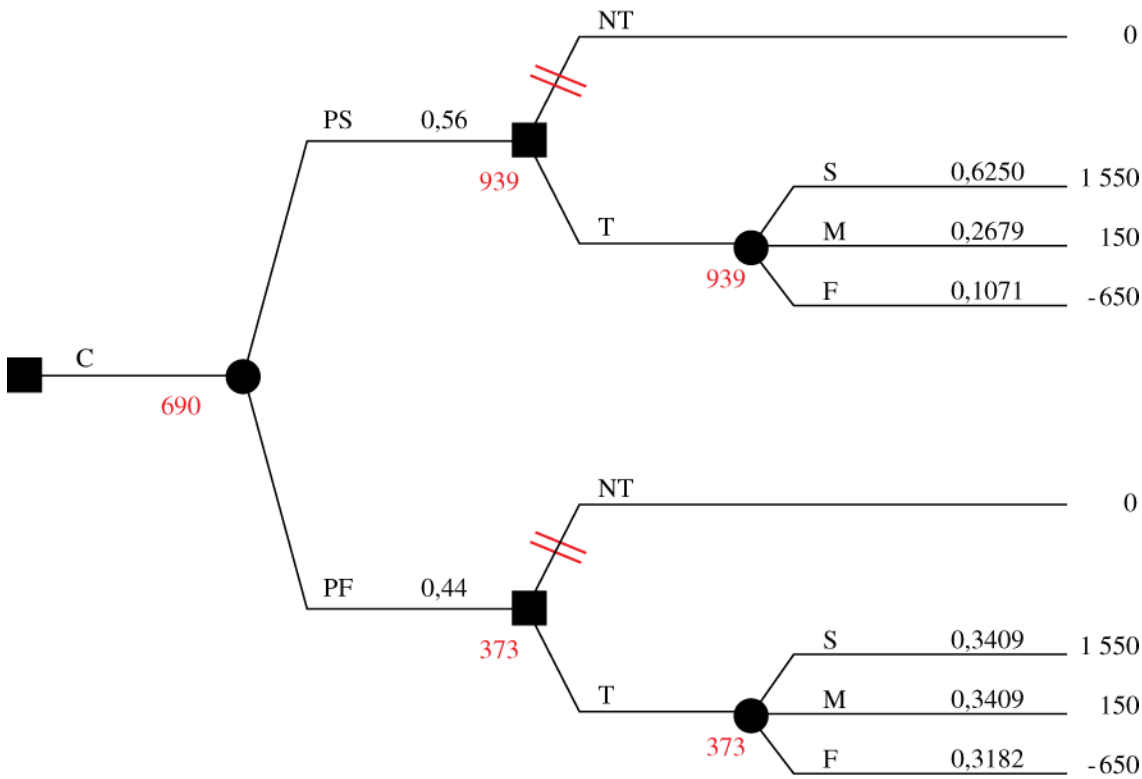


La valeur espérée VEÉt de la consultation auprès des critiques est l'écart entre la gain espéré avec et sans l'information :

$$\text{VEÉt} = 707 - 690 = 17.$$

Ainsi, il serait rentable pour l'impresario de débourser jusqu'à 17 000 $ pour cette étude.

(c) La nouvelle option s'analyse comme celle considérée à la question précédente, sauf que les probabilités sont différentes. D'après les résultats de l'arbre ci-dessous, la valeur espérée VEÉt cette fois est nulle : VEÉt = 690 – 690 = 0. Ainsi, l'impresario ne devrait pas retenir cette option, quel qu'en soit le coût.



Note. Ici, l'étude ne vaut rien, car, quelle que soit la réaction des critiques, l'impresario optera pour la branche T, qui est également son choix s'il ne consulte pas les critiques.

12. Choix entre trois régimes et riscophobie.

Il s'agit de reprendre le tableau du problème 5, mais en remplaçant le coût encouru par Julie par l'utilité de ce montant.

Frais (en k$)	Code	Prob.	A	B	C
1	F1	0,15	0,870	0,977	1,000
2	F2	0,20	0,849	0,813	0,975
2,5	F3	0,25	0,838	0,806	0,959
3	F4	0,15	0,826	0,800	0,941
4	F5	0,10	0,800	0,786	0,895
5	F6	0,10	0,771	0,771	0,833
10	F7	0,05	0,576	0,685	0,000

L'équivalent-certain ÉC(A) du régime A se calcule comme la valeur espérée des utilités de la colonne A :

$$\text{ÉC(A)} = (0{,}15 \times 0{,}870) + (0{,}20 \times 0{,}849) + \ldots + (0{,}05 \times 0{,}576) = 0{,}819.$$

De même,

$$ÉC(B) = 0{,}821 \quad \text{et} \quad ÉC(C) = 0{,}899.$$

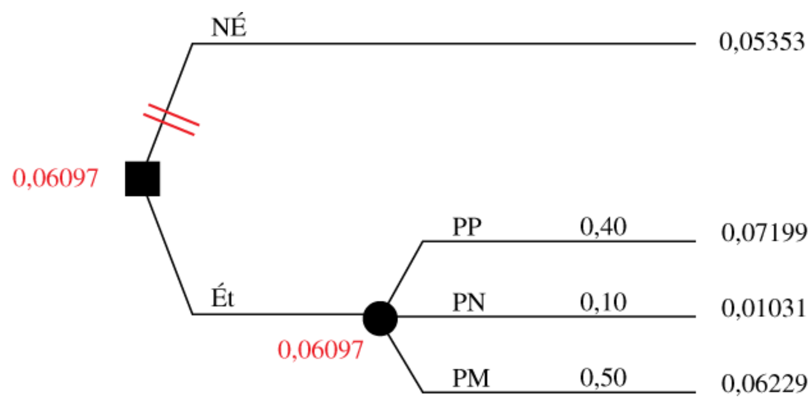
Par conséquent, Julie, si elle cherche à maximiser son utilité espérée, devrait adhérer au régime C.

13. L'impact du facteur de risque.

(a) La figure ci-dessous donne une version synthétique de l'arbre de décision dans un contexte d'utilités. Le détail de la branche Ét – PM est donné à la page 18. Noter que les résultats des différentes feuilles s'obtiennent des résultats correspondants de l'arbre du problème 10 en appliquant la fonction d'utilités donné dans l'énoncé. Voici, à titre d'exemples, comment se calculent ceux des 1re et 3e feuilles de la figure de la page 18 :

Ét – PM – NA – NL : $U(-1{,}8) = 1 - \exp(+1{,}8/400) = 0{,}00451$

Ét – PM – NA – F20 – D20 : $U(24{,}2) = 1 - \exp(-24{,}2/400) = 0{,}05871.$

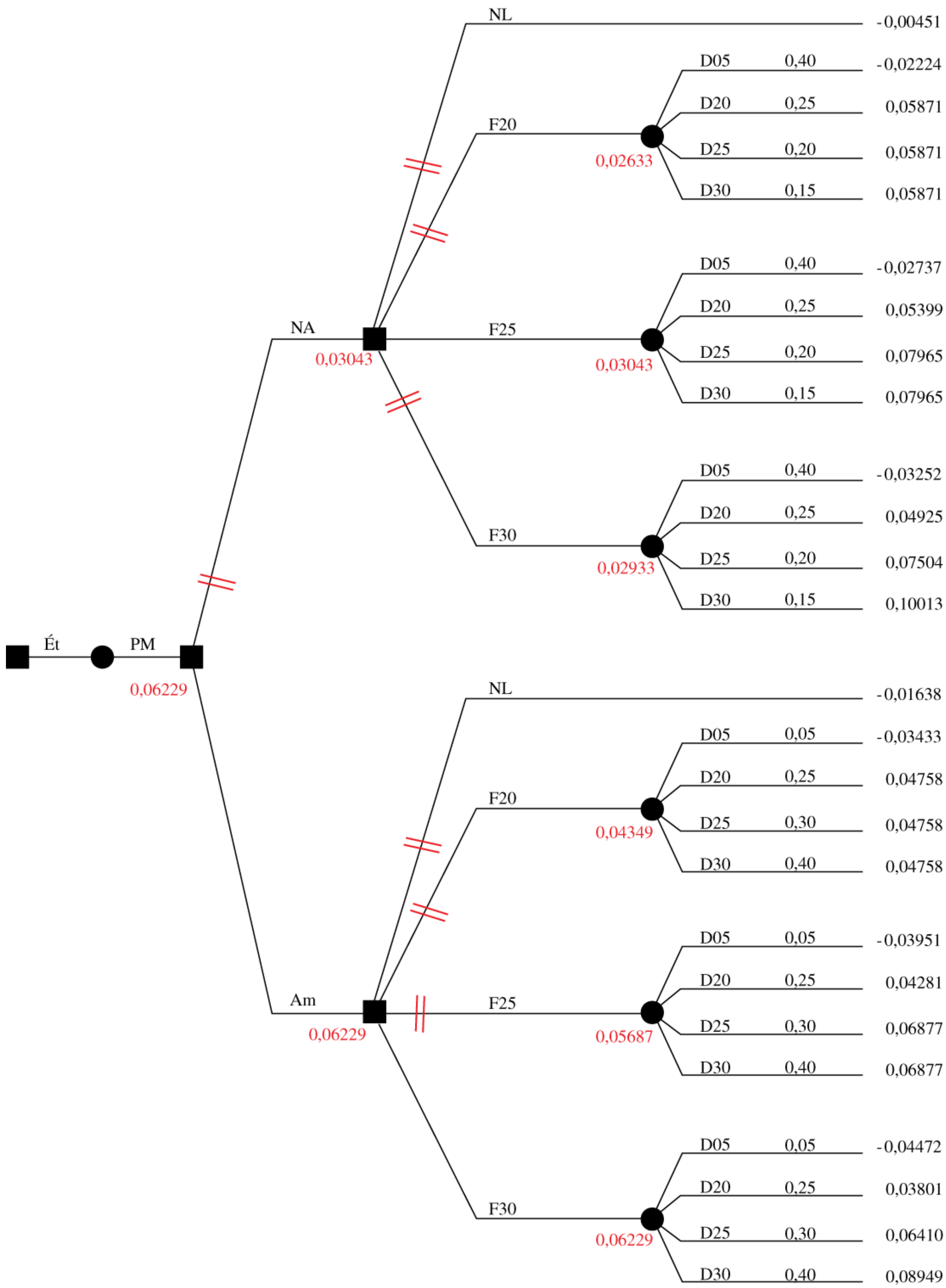


Notes. La feuille Calculs du fichier MOG9-13.xlsx indique comment se calculent les résultats conditionnels des différentes feuilles, ainsi que les équivalents-certains des nœuds d'événements et des points de décision. La feuille Arbre du même fichier donne une version informatisée de l'arbre de décision produite par la macro pour les arbres que l'on retrouve sur le disque de matériel complémentaire.

(b) La stratégie optimale est identique à celle obtenue au problème 10 avec le critère de maximisation du profit espéré : La connaissance par le jeu inc. devrait faire l'étude, puis fabriquer 3000 unités si la réaction du groupe est positive, et 2500 si elle est négative; en cas de réponse mitigée, il vaudrait mieux travailler à améliorer le jeu, puis en fabriquer 3000 unités. L'utilité espérée de ce projet pour l'entreprise est égale à 0,06097, ce qui correspond à 25,165 k$:

$$U(x) = 0{,}06097 \quad \text{si et seulement si} \quad x = -400\, ln(1 - 0{,}06097) = 25{,}165.$$

MOG9-13 L'impact du facteur de risque – Branche Ét – PM



(c) Le tableau suivant indique, en fonction des valeurs du facteur de risque R, quelles sont les options qui maximisent l'utilité espérée. On constate que la stratégie optimale reste celle décrite en (b), sauf qu'il est préférable de produire seulement 2000 unités du jeu en cas de réaction négative du groupe lorsque $R \leq 250$.

	NÉ ou Ét ?	**NA ou Am ?**	**PM – Qté**	**PP – Qté**	**PN – Qté**
Facteur R	**Ét**	**Am**	**F30**	**F30**	**F25**
100	Ét	Am	F30	F30	F20
150	Ét	Am	F30	F30	F20
200	Ét	Am	F30	F30	F20
250	Ét	Am	F30	F30	F20
300	Ét	Am	F30	F30	F25
350	Ét	Am	F30	F30	F25
400	Ét	Am	F30	F30	F25
450	Ét	Am	F30	F30	F25
500	Ét	Am	F30	F30	F25
550	Ét	Am	F30	F30	F25
600	Ét	Am	F30	F30	F25
650	Ét	Am	F30	F30	F25
700	Ét	Am	F30	F30	F25
750	Ét	Am	F30	F30	F25
800	Ét	Am	F30	F30	F25
850	Ét	Am	F30	F30	F25
900	Ét	Am	F30	F30	F25
950	Ét	Am	F30	F30	F25
1 000	Ét	Am	F30	F30	F25

14. Le Don-de-Dieu.

(a) La figure au haut de la page suivante donne un arbre de décision qui représente la situation dans un contexte où Marin applique le critère de Bayes. Voici l'interprétation des sigles utilisés :

C : céder l'idée

NC : ne pas céder l'idée et lancer le produit

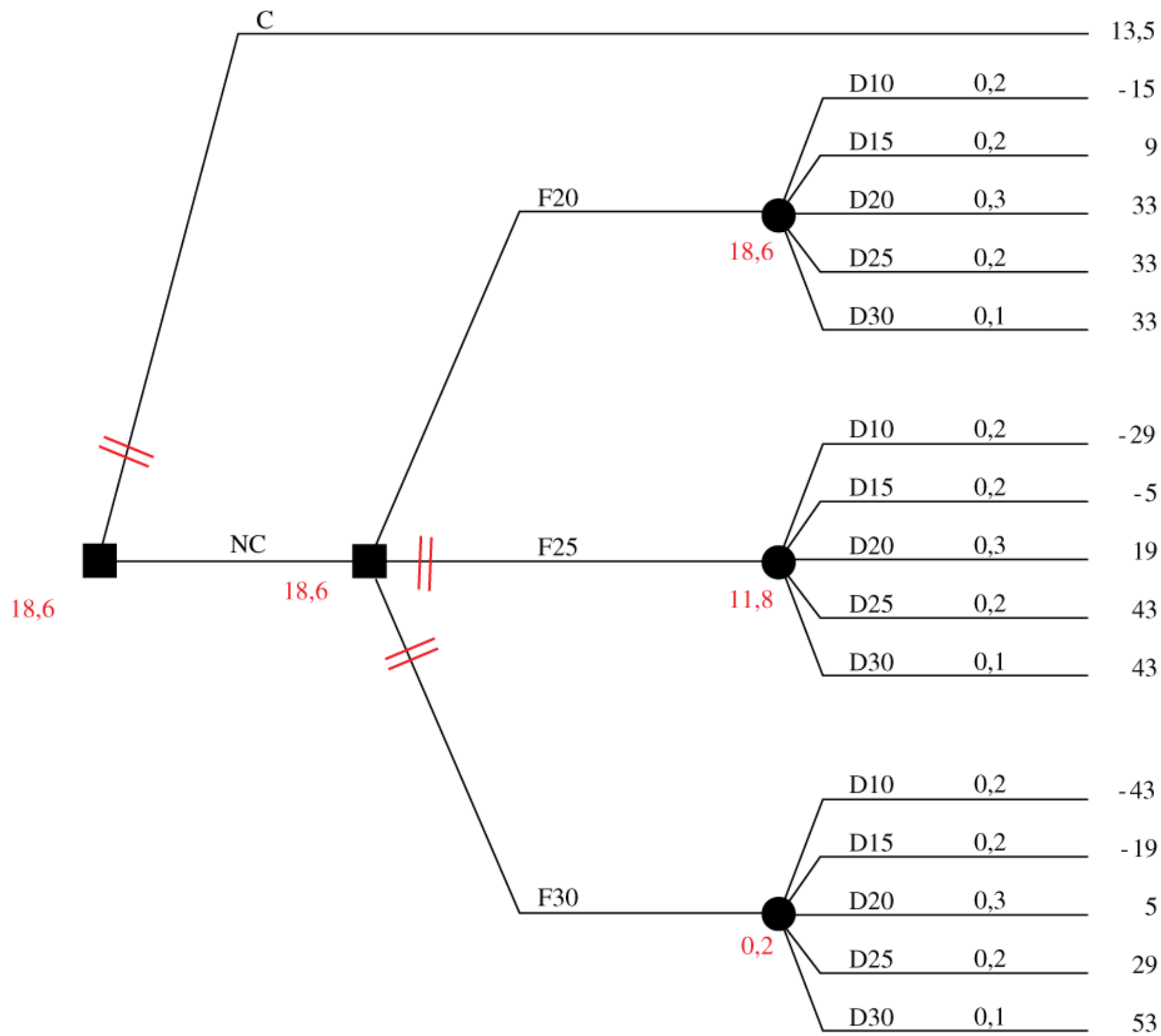
F20, F25, F30 : fabriquer 20, 25, 30 centaines d'unités

D10 à D30 : la demande s'élève à 10, 15, 20, 25, 30 centaines d'unités.

Nous illustrons par deux exemples comment calculer les résultats des feuilles.

- Feuille NC – F20 – D10 : dans ce contexte, Marin déboursera 7 k\$ en frais de lancement et 56 k\$ en frais variables (2000 modèles réduits à 28 \$ chacun); les ventes s'élèveront à 1000 unités et rapporteront 0,001 × (1000 × 48) = 48 milliers de dollars; par conséquent, Marin perdra alors 15 k\$:

$$-7 - (2 \times 28) + (1 \times 48) \;=\; -7 - 56 + 48 \;=\; -15.$$



- Feuille NC – F20 – D25 : le coût de lancement et les frais variables seront les mêmes; la demande s'élèvera à 2500 unités, mais les ventes seront limitées aux 2000 produites et rapporteront $0{,}001 \times (2000 \times 48) = 96$ milliers de dollars; dans ce cas, le profit net sera de 33 k$:

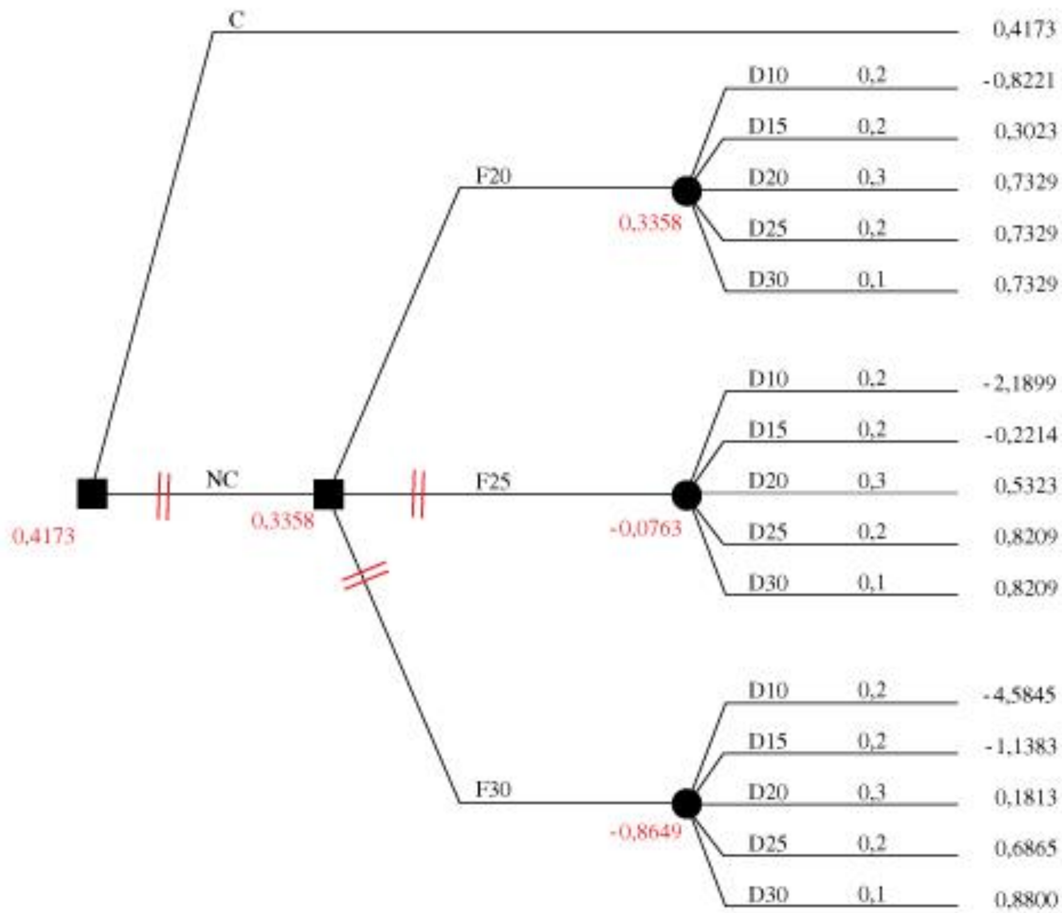
$$-7 - 56 + 96 \;=\; 33.$$

(b) Selon le critère de Bayes, la stratégie optimale consiste à ne pas céder l'idée et à fabriquer 2000 modèles réduits.

(c) La figure de la page suivante indique comment adapter l'arbre de décision si Marin cherche plutôt à maximiser l'utilité espérée. Les résultats des différentes feuilles s'obtiennent des résultats correspondants de l'arbre de la question (a) en appliquant la fonction exponentielle d'utilités avec $R = 25$. Voici, à titre d'exemples, comment se calculent ceux des 1re et 2^{e} feuilles :

C : $U(13{,}5) \;=\; 1 - \exp(-13{,}5/25) \;=\; 0{,}4173$

NC – F20 – D10 : $U(-15) \;=\; 1 - \exp(+15/25) \;=\; -0{,}8221.$



Dans ce contexte, la stratégie optimale consiste à céder l'idée et à encaisser 13 500 $.

(d) Le tableau ci-dessous indique, en fonction des valeurs du facteur de risque *R*, quelles sont les options qui maximisent l'utilité espérée. On constate que la stratégie optimale consiste à céder l'idée lorsque $R \leq 40$, et à ne pas la céder et fabriquer 2000 modèles réduits lorsque $R \geq 55$.

FRisque	C	NC – F20	NC – F25	NC – F30	Max	Décision
10	0,7408	0,0002	-3,0135	-15,2706	0,7408	C
25	0,4173	0,3358	-0,0763	-0,8649	0,4173	C
40	0,2864	0,2864	0,0715	-0,2958	0,2864	C
55	0,2177	0,2382	0,0925	-0,1497	0,2382	NC – F20
70	0,1754	0,2019	0,0915	-0,0904	0,2019	NC – F20
85	0,1469	0,1745	0,0858	-0,0604	0,1745	NC – F20
100	0,1263	0,1535	0,0792	-0,0432	0,1535	NC – F20

Note. En faisant varier *R* de 40 à 55 par pas de 1, on obtient que la décision bascule quand $R = 41$.