7A Commentaires sur les hypothèses du modèle *PERT*

Comme nous le disons dans la section 7.5, les résultats obtenus de la méthode *PERT* doivent être interprétés avec grande circonspection: en effet, les différentes hypothèses sous-jacentes sont souvent satisfaites de façon fort imparfaite dans les projets pratiques; de plus, les algorithmes de calcul utilisés constituent une simplification des procédures exactes dérivées théoriquement du modèle, lesquelles sont trop complexes pour être mises en œuvre. Quel est l'impact sur la pertinence du modèle *PERT* de tous ces raccourcis et accommodements? Nous en discutons brièvement maintenant, en les considérant un à un.

- L'hypothèse selon laquelle les durées des différentes tâches obéissent à des lois bêta ne porte pas trop à conséquence, car elle est utilisée seulement pour permettre l'asymétrie des fonctions de densité et justifier la formule exprimant la durée espérée en fonction de la valeur modale et des valeurs extrêmes.

- Les formules pour la durée espérée μ et l'écart type σ sont incompatibles. En effet, les lois bêta forment une famille dépendant de 4 paramètres, dont 2 correspondent aux valeurs extrêmes et dont les 2 autres précisent la forme de la fonction de densité. La valeur modale m et l'équation «$\mu = (opt + 4\ m + pess) / 6$» induisent 2 relations entre les 2 paramètres de forme: parmi les lois bêta définies dans l'intervalle [*opt*; *pess*], une seule répond à ces 2 conditions. Le mode m et l'équation «$\sigma = (pess - opt) / 6$» constituent un autre ensemble de 2 relations, qui déterminent des valeurs légèrement différentes des 2 paramètres de forme. Si on tenait à procéder rigoureusement, on devrait choisir l'une ou l'autre de ces approches, puis calculer, à l'aide d'une formule complexe, celle des caractéristiques, soit μ, soit σ, qui n'aurait pas été spécifiée par l'équation retenue. En pratique, on ne tient pas compte de ces problèmes théoriques, ce qui introduit des incohérences. Divers auteurs[1] ont comparé l'estimé traditionnel $(pess - opt) / 6$ et la valeur exacte σ découlant des paramètres de forme déduits de m et de μ. Pour une tâche donnée, l'écart peut atteindre 17%, l'estimé étant inférieur à la valeur exacte quand m se situe au centre de l'intervalle [*opt*; *pess*], et supérieur quand m est près de l'une ou l'autre des bornes. On considère généralement que, en pratique, les erreurs se compensent plus ou moins et que, pour le chemin critique d'un projet réel, qui, presque toujours, comprend un nombre élevé de tâches, la somme des variances estimées ne s'écarte pas trop de la somme des variances théoriques. De toute façon, l'erreur ainsi introduite est jugée négligeable par rapport aux erreurs dues aux facteurs qui suivent.

- Il n'est pas toujours facile de déterminer la durée la plus probable m d'une tâche donnée. Mais les valeurs extrêmes *opt* et *pess*, et en particulier cette dernière, posent un défi de taille dans un grand nombre de cas. Certains gestionnaires présentent les trios *opt*-*m*-*pess* systématiquement sous une forme régulière, du type 6-8-10, ou encore 40-50-60. Si l'on fait remarquer que les durées ne sont pas nécessairement symétriques et que l'on insiste pour obtenir un estimé plus réaliste de la valeur pessimiste, on se voit demander de préciser le degré de pessimisme souhaité! Certains auteurs ont suggéré de remplacer les valeurs extrêmes par les quantiles[2] d'ordres 1% et 99% respectivement, ou encore d'ordres 5% et

---

[1] Voir, par exemple, Swanson, L.A. et Pazer, H.L., «Implications of the Underlying Assumptions of PERT», *Decision Sciences*, vol. 2, 1971, p. 461-480.

[2] Le quantile d'ordre p (où $0 < p < 1$) d'une variable continue X est l'unique nombre x_p tel que $P(X < x_p) = p$. Ainsi, la variable X a 1% des chances d'être inférieure à $x_{0,01}$ et, de même, 1% des chances d'être supérieure à $x_{0,99}$; par conséquent, la probabilité pour que la valeur de X appartienne à l'intervalle $[x_{0,01}; x_{0,99}]$ est de 98%.

95%. Cette approche semble faciliter la besogne des personnes responsables des estimés. Mais elle introduit des distorsions importantes dans le calcul des durées espérées μ_t et des écarts type σ_t des différentes tâches *t*. Swanson et Pazer[3] ont comparé les valeurs traditionnelles de μ et de σ avec les estimés obtenus en remplaçant les valeurs extrêmes par les quantiles d'ordres 1% et 99%. Ils montrent que l'estimé de μ dépend de la position du mode *m* dans l'intervalle [*opt*; *pess*] et augmente en même temps que *m* se déplace de la gauche vers la droite dans cet intervalle; que l'estimé est inférieur, égal ou supérieur à la valeur traditionnelle, selon que *m* est situé dans la portion gauche, au centre ou dans la portion droite de l'intervalle. Ils notent également que l'estimé de σ est toujours plus petit que la valeur traditionnelle $(pess - opt) / 6$. L'utilisation de quantiles entraîne donc une sous-estimation de la variabilité de la longueur du chemin critique. Certains auteurs[4] ont proposé de recourir plutôt aux quantiles d'ordres 5% et 95% et de remplacer dans la formule de σ le dénominateur 6 par 3,2. Par ailleurs, certains ont envisagé la possibilité de modifier la formule de μ: en effet, il est plutôt rare que la durée d'une tâche soit asymétrique avec le mode *m* à droite, de sorte que les estimés des durées espérées μt obtenus des quantiles sont, pour la plupart, inférieurs ou égaux aux valeurs traditionnelles correspondantes; par conséquent, la somme de ces estimés tend à sous-estimer la longueur espérée du chemin critique. On a cherché à enlever ce biais par des modifications à la formule de μ. Aucune des versions amendées n'a réussi à ce jour à supplanter la formule traditionnelle.

- Lors du calcul de la variance de la longueur du chemin critique, les durées des tâches qui y apparaissent sont prises comme des variables aléatoires indépendantes. Cette hypothèse est peu vraisemblable, comme les réflexions suivantes nous en convaincront. La négociation d'une convention collective, un marché moins porteur, une crise du pétrole, la morosité économique, les rigueurs du climat affectent semblablement la durée de plusieurs tâches. Par contre, si l'exécution d'un projet a pris du retard, les responsables chercheront à accélérer le rythme des tâches subséquentes et à regagner partiellement le temps perdu. L'effet net de ces facteurs inflationnistes et déflationnistes sur la durée totale d'un projet ne serait pas facile à apprécier. On le néglige le plus souvent et on calcule la variance de la longueur du chemin critique comme si les durées des tâches étaient indépendantes.

- Lorsque l'on évalue la probabilité pour que la durée totale du projet excède un délai donné, on ignore totalement les **chemins quasi critiques**, c'est-à-dire les chemins menant du démarrage au parachèvement du projet dont la durée espérée est légèrement inférieure à celle du chemin critique. On tend ainsi à sous-estimer la probabilité recherchée, lourdement parfois. Mais tenir compte de tous les chemins quasi critiques dans l'analyse d'un projet de taille réaliste nécessiterait, nous l'avons mentionné ci-dessus, des calculs excessivement complexes et longs. Il est pratiquement impossible de déterminer précisément les probabilités reliées à la durée totale. Tout au plus peut-on les estimer à l'aide de la simulation. Si l'on procède ainsi, il est utile de compiler en même temps, pour chaque tâche, le pourcentage des essais lors desquels cette tâche s'avère critique. Plus ce pourcentage est élevé, plus le gestionnaire devrait surveiller de près la progression de la tâche. On trouvera dans la section 8.2.4 un exemple de recours à la simulation pour évaluer l'impact des chemins quasi critiques sur la durée minimale d'un projet.

---

[3] Voir la note 1.

[4] Voir, par exemple, Moder, J.J. et Rodgers, E.G., «Judgment Estimates of the Moments of PERT Type Distributions», *Management Science*, vol. 15, 1968, p. B78-B83.